

Séquence : 02

Document : TD02

Lycée Dorian

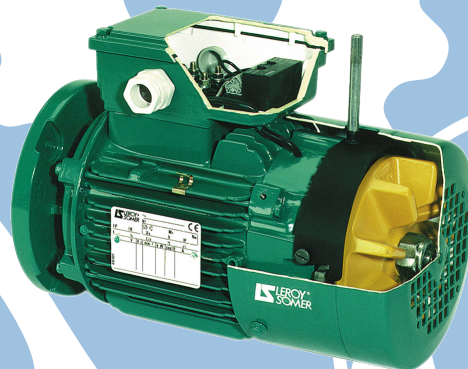
Renaud Costadoat

Françoise Puig



Avec Correction

Structure des SLCI



Référence	S02 - TD02
Compétences	A3-12: Identifier la structure d'un système asservi. B2-07: Modéliser un système par schéma-blocs. C1-01: Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis. C1-02: Proposer une démarche de réglage d'un correcteur.
Description	Description des SLCI par schémas blocs
Système	Diravi, Motoréducteur

1 Moto-réducteur

Une étude dynamique permet de quantifier l'inertie totale J_T rapportée sur l'axe d'un arbre moteur, de l'ensemble réducteur et moteur, ainsi que le coefficient de frottement visqueux total f_T . Le schéma fonctionnel de l'asservissement en vitesse du moteur suivi du réducteur est donné ci-dessous :

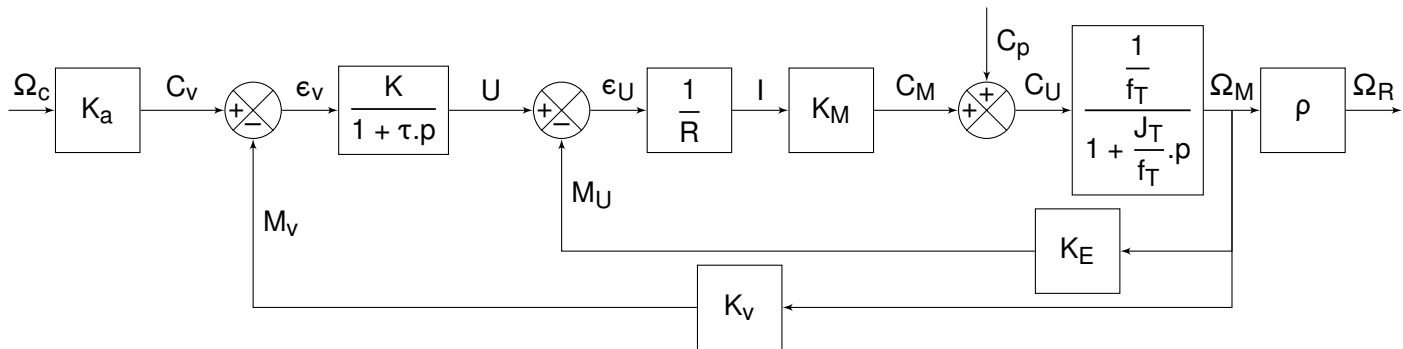


Figure 1 – Schéma bloc

Caractéristiques du moteur électrique :

- constante de la fcm : $K_E = 0,6 \text{V.s.rad}^{-1}$,
- constante de couple : $K_M = 0,7 \text{N.m.A}^{-1}$,
- résistance rotorique : $R = 4,5 \Omega$,
- inductance L négligée.

Données :

- $J_T = 2,8 \text{kg.m}^2$, $f_T = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{N.m.s.rad}^{-1}$,
- $K = 200$,
- $K_V = 0,01 \text{V.tr}^{-1} \cdot \text{min}$,
- $\tau = 15 \text{ms}$,
- $\rho = 0,7$,

- $C_V(t)$ est la tension de consigne de vitesse, $\epsilon_V(t)$ l'écart de vitesse, $m_V(t)$ la mesure de vitesse
- $u(t)$ est la tension de commande, $U(t)$ l'écart de tension, $m_U(t)$ la mesure de tension,
- $C_M(t)$ est le couple moteur, $c_U(t)$ le couple utile, $c_P(t)$ le couple dû aux perturbations,
- $\Omega_M(t)$ est la vitesse de rotation du moteur, $\Omega_R(t)$ la vitesse de rotation du rouleau.

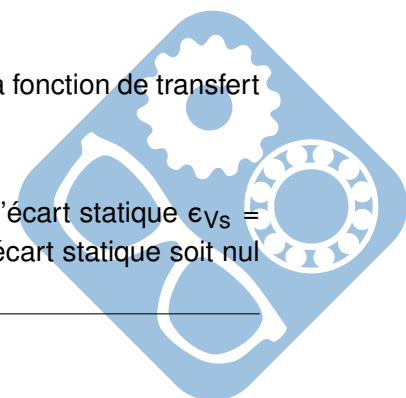
Question 1 : En supposant qu'il n'y ait pas de perturbation ($C_P(t)$ est nul), donner l'expression de la fonction de transfert : $H_1(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U(p)} \Big|_{C(p)=0}$

Préciser littéralement et numériquement, le gain K_1 et la constante de temps τ_1 .

Nous nous intéressons maintenant à la boucle d'asservissement en vitesse d'entrée $\Omega_C(p)$ et de sortie $\Omega_M(p)$.

Question 2 : En supposant toujours que $C_P(t)$ est nul, déterminer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte : $G_2(p) = \frac{M_V(p)}{\epsilon_V(p)}$

Question 3 : Déterminer $\epsilon_V(p)$ en fonction de $C_V(p)$ et $G_2(p)$. Puis en déduire l'écart statique $\epsilon_{Vs} = \epsilon_{V(+\infty)} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \epsilon_V(t)$ pour $C_V(p)$ un échelon unitaire. Déterminer K_a pour que l'écart statique soit nul



lorsque $\Omega_c(p) = \Omega_R(p)$. Faire une application numérique pour ϵ_{VS} dans le cas où $C_V(t)$ est un échelon unitaire.

Question 4 : En supposant toujours que $C_P(t)$ est nul, en déduire littéralement la fonction de transfert en boucle fermée : $H_2(p) = \frac{\Omega_M(p)}{\Omega_c(p)}$

Question 5 : Montrer que l'on peut assimiler la fonction du transfert $H_2(p)$ à une fonctions $H'_2(p)$ du premier ordre, déterminer son temps de réponse.

Question 6 : On donne ci-dessous, la réponse indicielle du système, à une entrée de type échelon unitaire ($C_V(t) = 1V$). Placer sur la figure le temps de réponse à 5%. Donner les valeurs numériques correspondantes et retrouver le résultat de la question précédente.

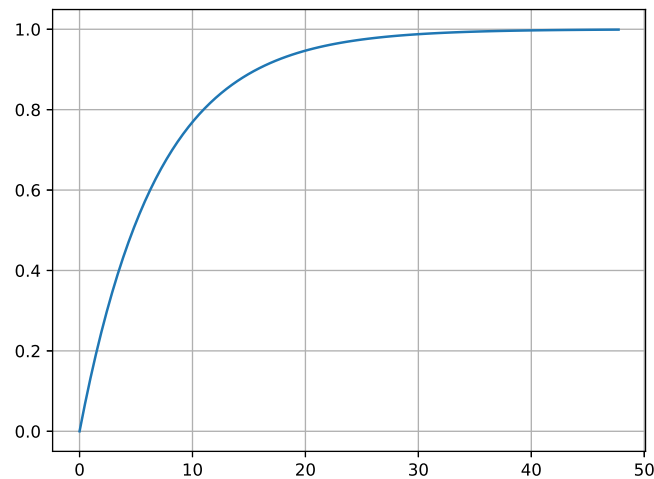
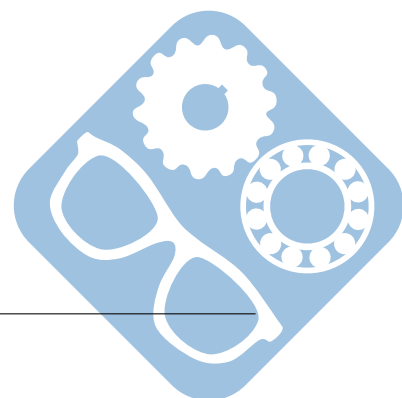


Figure 2 – Réponse indicielle



2 Diravi

Le but de cette étude de MODELISER le comportement d'un actionneur et de son pré-actionneur à l'aide d'un modèle de connaissance.

L'actionneur étudié est un vérin d'assistance hydraulique.

C'est un constituant du système de direction assistée DIRAVI équipant les véhicules Citroën XM.



Figure 3 – Véhicule équipé de la Diravi

Cet actionneur sera caractérisé par sa fonction de transfert et par une étude temporelle par sa réponse indicielle. La démarche utilisée met en place un modèle de connaissance.

En plus du classique système mécanique de direction (volant, colonne de direction, pignon, crémaillère ?), l'ensemble d'assistance est constitué :

- D'un vérin d'assistance, commandant la crémaillère de direction et donc le pivotement des roues,
- D'un groupe hydraulique (pompe hydraulique entraînée par un motoréducteur, réservoir d'huile, accumulateur de pression et conjoncteur-disjoncteur) gérant le débit et la pression du fluide,
- D'un bloc de commande que l'on peut diviser en deux sous-ensembles,
 - Un comparateur qui permet de piloter le système hydraulique de braquage des roues en fonction de la position du volant,
 - Un système came-poussoir qui exerce un couple de rappel, variable en fonction de la position du volant.
- D'un régulateur centrifuge, qui permet de faire varier le couple de rappel au neutre du volant en fonction de la vitesse du véhicule.

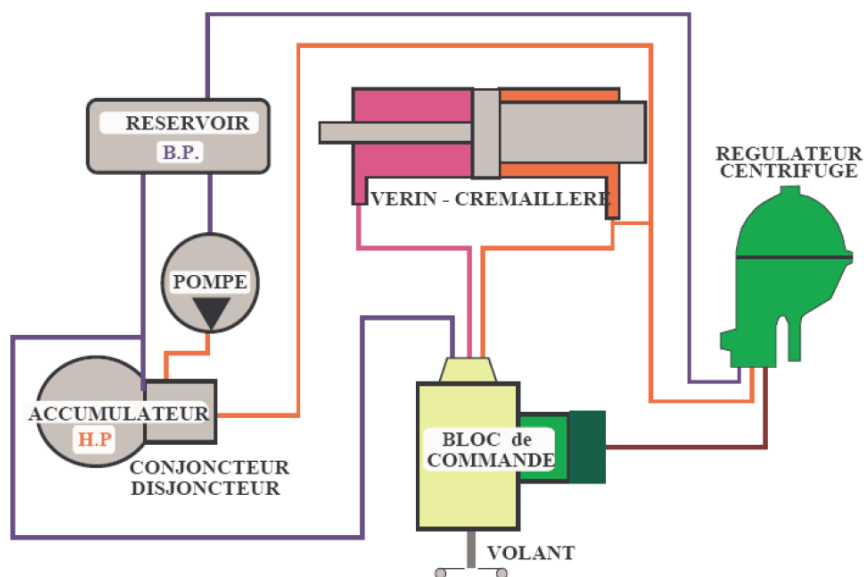
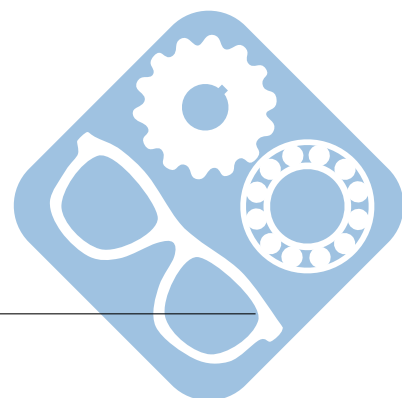


Figure 4 – Composants de la diravi

Une description simplifiée du circuit hydraulique est donnée ci-dessous.



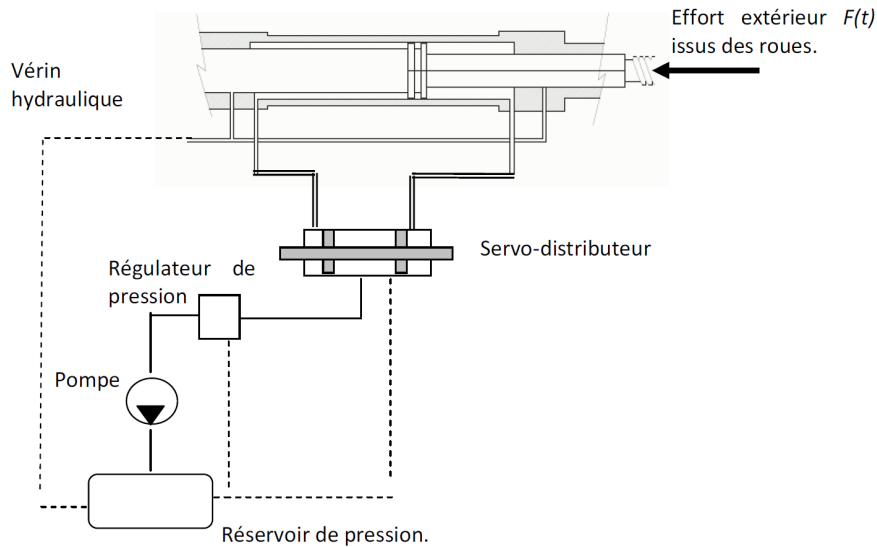


Figure 5 – Circuit hydraulique

L'objectif est de compléter le schéma bloc de la Diravi. En effet, lors de la précédente étude du système Diravi, un certain nombre d'équation dans le domaine de Laplace ont été mises en évidence. L'angle α_{volant} doit être exprimé en radian.

Équations dans le domaine de Laplace :

- $Q(p) = k.X(p)$,
- $Q(p) = S.p.Y(p) + Q_p(p) + Q_c(p)$,
- $Q_c(p) = \frac{V}{2} \cdot \beta \cdot p \cdot \Delta_p(p)$,
- $Q_p(p) = f \cdot \Delta_p(p)$,
- $F(p) = S \cdot \Delta_p(p)$,
- $F(p) = M \cdot p^2 \cdot Y(p)$.

Données numériques :

- $K_a = \frac{34}{57}$,
- $K_b = 0,04 \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$,
- $K_c = \frac{1}{500} \text{tr} \cdot \text{mm}^{-1}$,
- $K_d = K_a$,
- $k = 0,24 \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{mm}^{-1}$,
- $S = 3000 \text{mm}^2$,
- $M = 500 \text{kg}$,
- $f = 6 \cdot \text{dm}^3 \cdot \text{min}^{-1} \cdot \text{MPa}^{-1}$,
- $\frac{V \cdot \beta}{2} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \text{dm}^3 \cdot \text{MPa}^{-1}$

Ces résultats vont servir à compléter les blocs vides du schéma bloc de la Diravi.

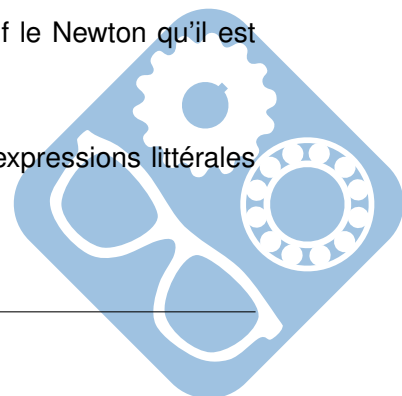
Question 1 : Compléter le schéma bloc.

Question 2 : Déterminer $FTBO(p) = \frac{\alpha'(p)}{\epsilon(p)}$ et $FTBF(p) = \frac{Y(p)}{\alpha_{\text{vol}}(p)}$ du système.

Question 3 : Donner les caractéristiques de la FTBF.

Question 4 : Exprimer toutes les constantes dans des unités S.I. de base sauf le Newton qu'il est conseillé de conserver.

Question 5 : Montrer qu'il est possible de simplifier la FTBF, donner alors les expressions littérales puis les valeurs numériques de ces caractéristiques.



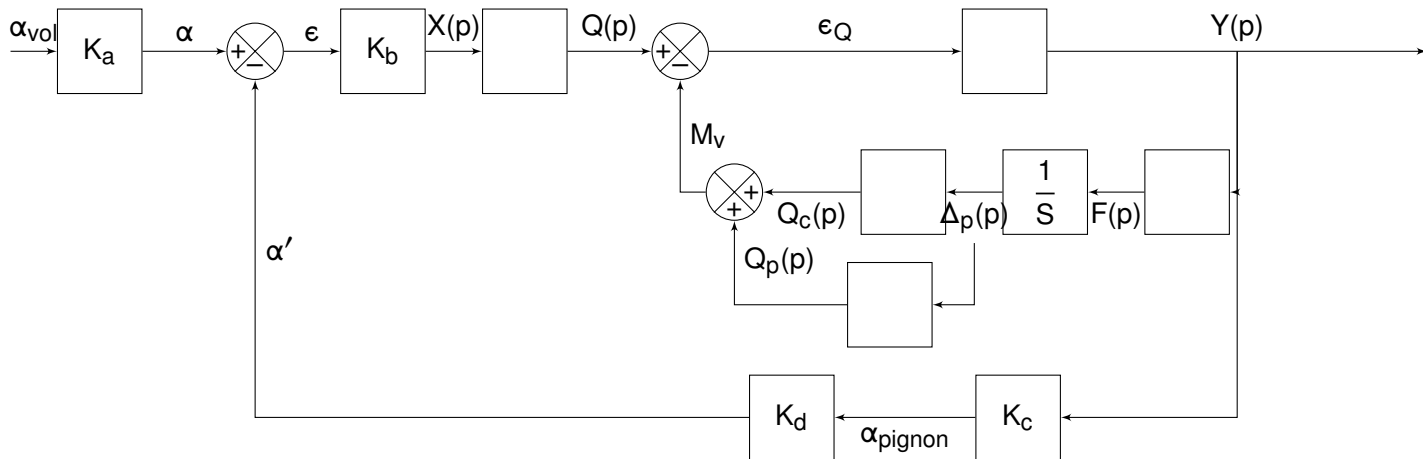


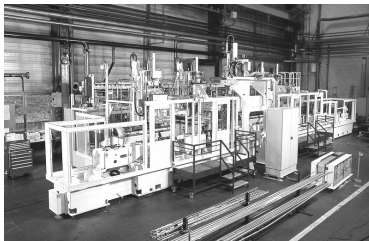
Figure 6 – Schéma bloc

Question 6 : Déterminer le temps de réponse à 5% et le dépassement D%.

3 Centre usinage grande vitesse

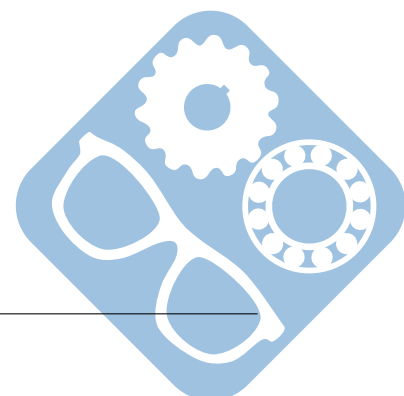
3.1 Présentation du système

La société PCI conçoit et réalise des centres d'Usinage Grande Vitesse ainsi que des machines spéciales de production.



La principale caractéristique d'une structure parallèle réside dans le fait que la mise en mouvement de l'organe mobile sur un axe ne demande pas la mise en mouvement des actionneurs et dispositifs cinématiques nécessaires à la mise en mouvement des autres organes mobiles sur les autres axes. Ainsi, la structure parallèle adopte une cinématique assurant le positionnement et le déplacement de chaque partie mobile par rapport au bâti fixe.

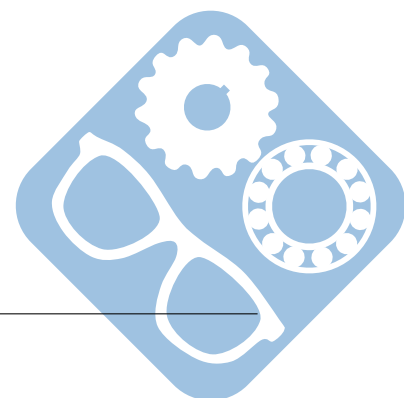
La partie fixe de chaque actionneur est solidaire de l'élément fixe, la partie mobile de chaque actionneur étant solidaire de l'organe mobile par l'intermédiaire d'un élément de liaison.





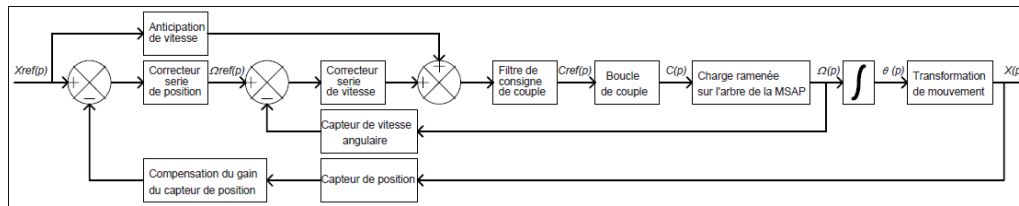
Un des inconvénients d'une telle structure réside dans la multiplication des articulations dont une des conséquences est le maintien en position précis de la broche à l'extrémité des bras de positionnement (Figure 4). Cela crée un bras de levier important par rapport à la base des bras de positionnement difficilement paramétrable. La solution à ce problème de bras de levier a été jusqu'à maintenant de placer l'axe de la broche verticalement afin que les effets de la gravité soient moindres.

Le sujet se propose d'étudier plus particulièrement un des bras de la machine au travers de trois fonctions techniques de cette machine-outil : la gestion de l'arrêt d'urgence, la gestion de la vitesse d'avance et le suivi de trajectoire.



3.2 Modélisation de l'Axe 1 : Boucle de couple

Un schéma simplifié du système asservi de l'axe est le suivant :



Simplification, hypothèses :

On considère de faibles déplacements autour d'une position de référence. Le comportement de l'Axe1 de la MOCN (Machine Outil à Commande Numérique) Triptéor peut-être considéré comme linéaire.

Notation :

- $x_{ref}(t)$: référence de position fournie par l'interpolateur de la CN 840D,
- $x(t)$: position de l'Axe1,
- $\Omega_{ref}(t)$: référence de vitesse angulaire de la MSAP (Machine Synchrones AutoPilotée) de l'Axe1.
- $\Omega(t)$: vitesse angulaire de la MSAP de l'Axe1.
- $c_{ref}(t)$: référence de couple fournie par la CN 840D au variateur de la MSAP de l'Axe1.
- $c(t)$: image du couple fourni par la MSAP de l'Axe1.

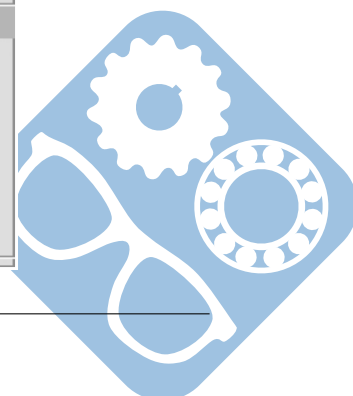
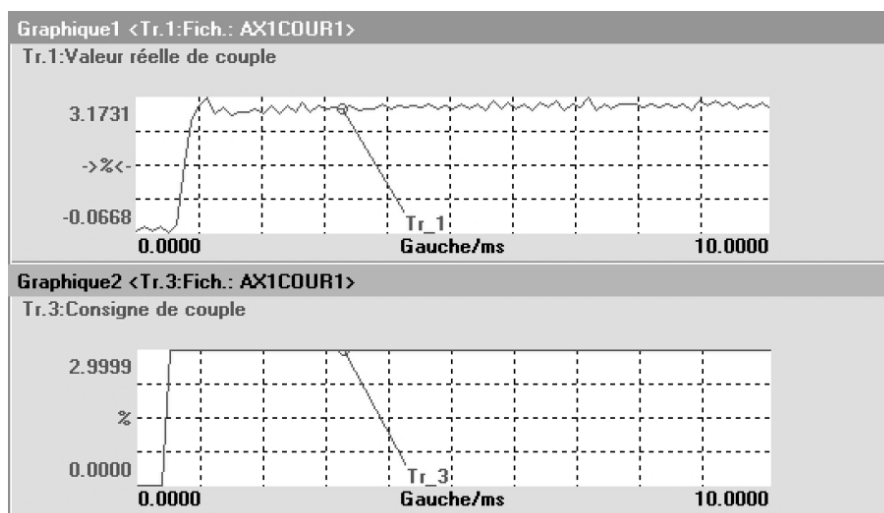
Chaque axe de la MOCN est piloté par son variateur. Ceux-ci possèdent une boucle interne de courant. Ceci permet de gérer, au plus près de l'axe, deux grandeurs essentielles :

- Le couple fourni par la MSAP (le couple est linéairement lié au courant, c'est d'ailleurs cette valeur qui est retournée par l'IHM (Interface Homme Machine) de la CN 840D),
- L'état thermique de la MSAP (les pertes joules responsables de l'échauffement de la MSAP sont de la forme $r \cdot I_{rms}^2$ (r la résistance et I_{rms} la valeur efficace des courants dans les enroulements de la MSAP)).

Le réglage de cette boucle interne conditionne complètement les dynamiques des autres boucles externes (vitesse, position) : Les boucles externes ne peuvent bien évidemment pas être plus rapides que cette boucle interne.

On a fait subir, après avoir réglé la boucle de couple, une réponse à l'échelon de référence de couple (Figure 17) de quelques % du couple nominal (valeur faible afin de limiter les effets des non-linéarités).

Le temps est exprimé en millisecondes.

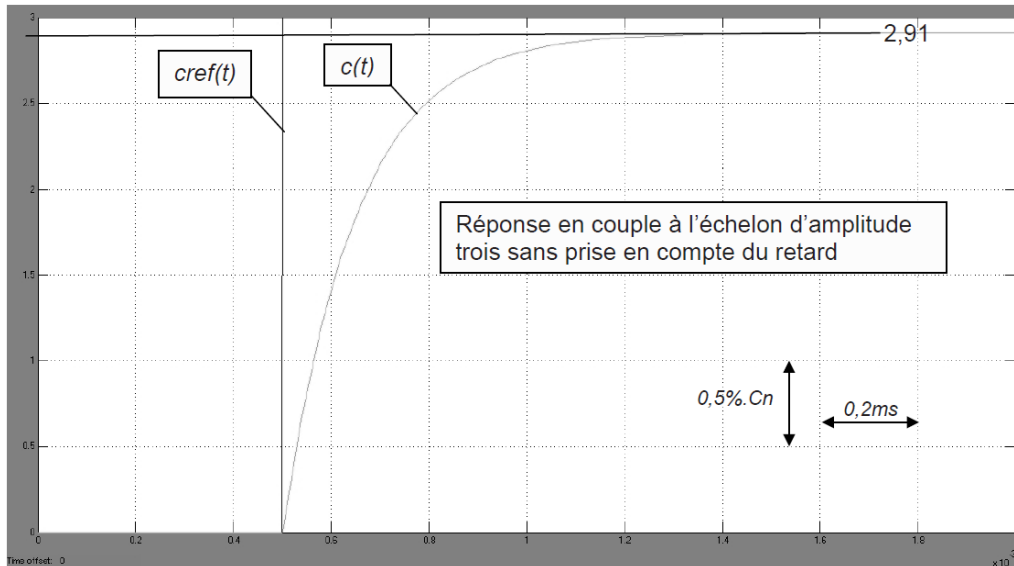


Cette réponse fait apparaître un retard dans la réponse en couple.

Afin d'augmenter la lisibilité de l'essai réalisé sous la CN 840D nous avons retravaillé les courbes sous un outil de simulation.

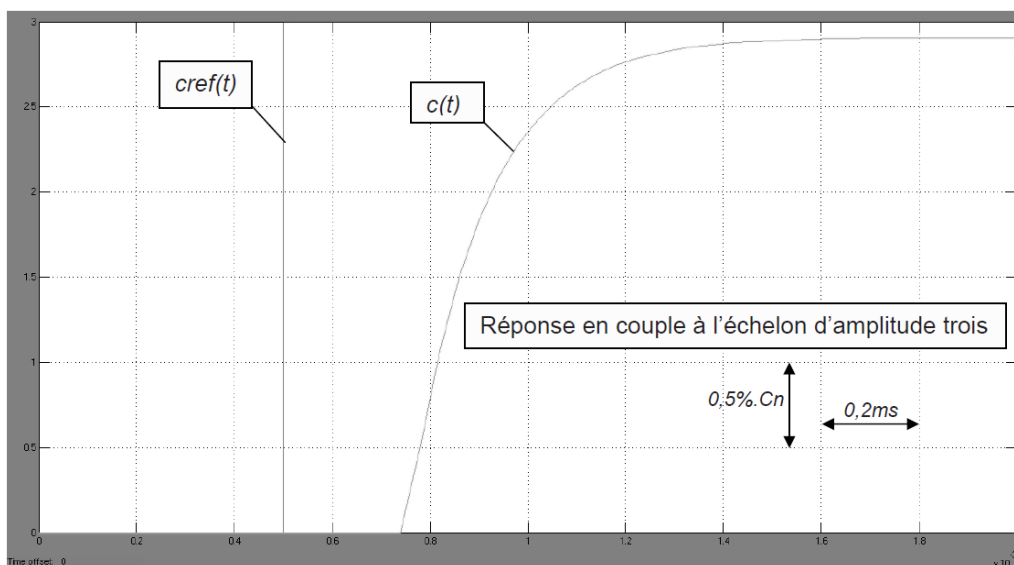
Dans une première partie nous ferons abstraction de ce retard.

Le résultat de la réponse à un échelon de la boucle de couple sans prise en compte du retard est donné.

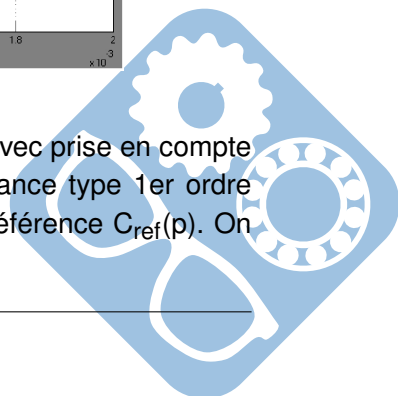


Question 1 : Par analyse de la réponse en couple à l'échelon d'amplitude 3, donner la transmittance type 1er ordre sous forme canonique reliant le couple de sortie $C(p)$ au couple de référence $C_{ref}(p)$. On précisera sur la figure les tracés nécessaires à l'obtention de cette transmittance.

Prise en compte du retard. Le résultat de la réponse à un échelon de la boucle de couple avec prise en compte du retard est donné.



Question 2 : Par analyse de la réponse en couple à l'échelon d'amplitude trois avec prise en compte du retard et en reprenant la transmittance de la question 1, donner la transmittance type 1er ordre avec retard sous forme canonique reliant le couple de sortie $C(p)$ au couple de référence $C_{ref}(p)$. On précisera sur la figure les tracés nécessaires à l'obtention de cette transmittance.

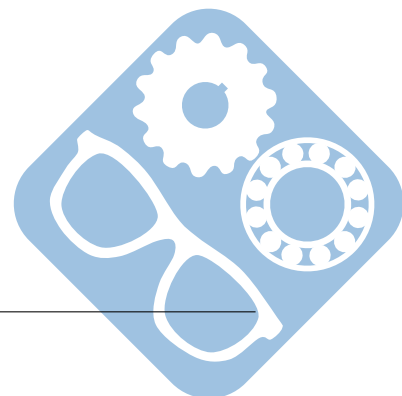


La transmittance obtenue avec prise en compte du retard est non-linéaire.
Par approximation, on cherche à linéariser cette transmittance.

Question 3 : Remplacer la fonction retard pur par son développement limité à l'ordre 1 : ($e^x \simeq 1 + x$). Donner la fonction de transfert approximée de la boucle de couple $\frac{C(p)}{C_{ref}(p)}$ faisant apparaître un deuxième pôle stable.

Montrer que le résultat peut se mettre sous la forme :

$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{0.97}{(1 + 0.00025.p)(1 + 0.00015.p)}$$



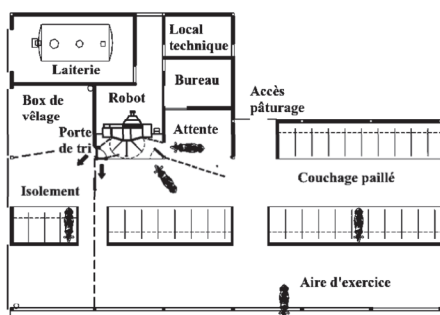
4 Système de traite automatique des vaches

4.1 Présentation du système

Les agriculteurs, producteurs laitiers, sont soumis à des réglementations strictes quant à la production du lait, en terme de respect de l'environnement, de mesures d'hygiène et de qualité de vie des animaux. Traire les vaches est une opération pénible et répétitive. Cette opération doit se faire dans le respect des animaux et elle est soumise à des horaires contraignants.

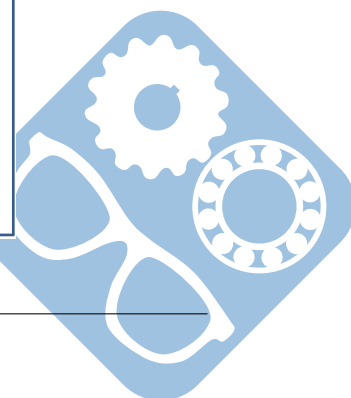
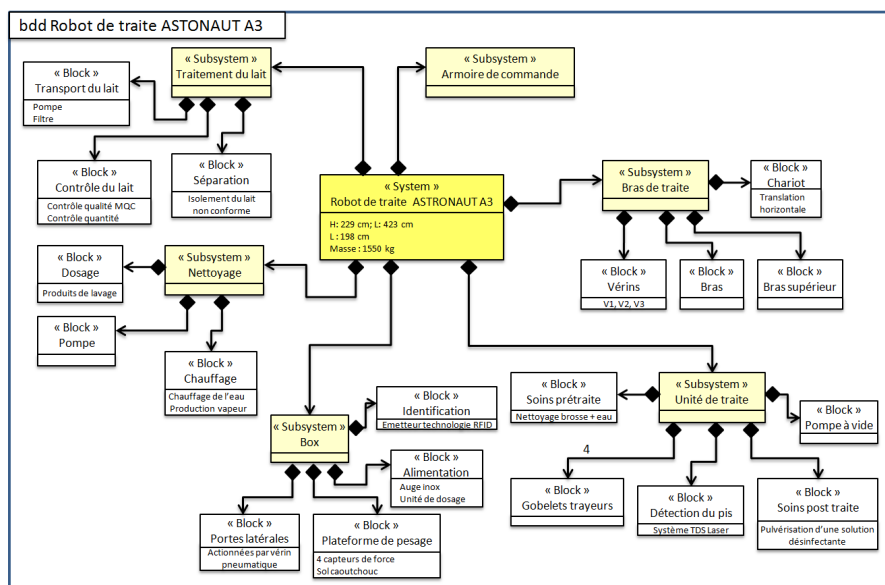
Le robot à étudier améliore de façon notable la santé et la qualité de vie des producteurs laitiers, tout en préservant le rythme des animaux et en garantissant la qualité du lait. Il assure à la fois la traite des vaches, leur alimentation et le contrôle de la qualité du lait.

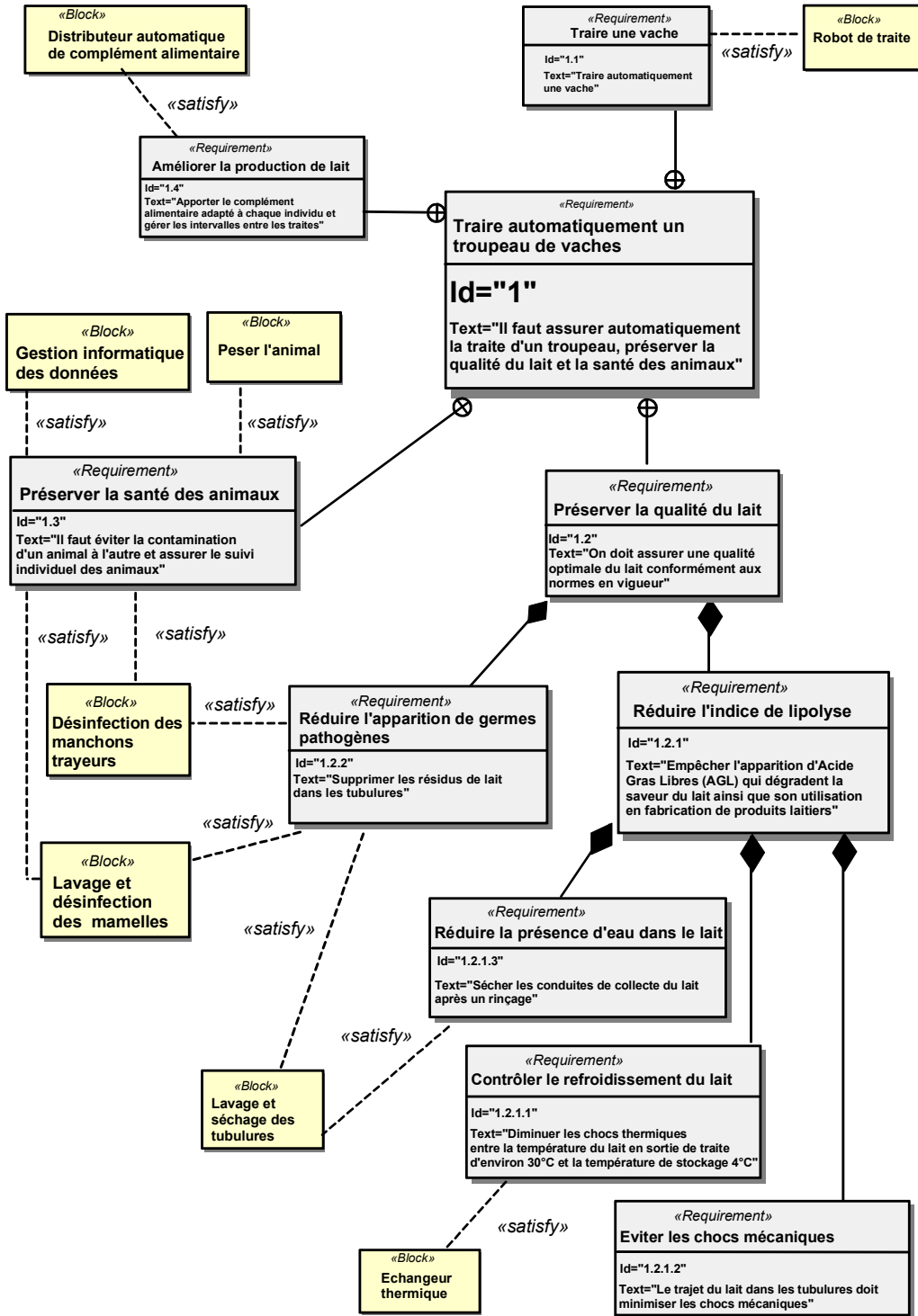
4.2 Description du robot de traite



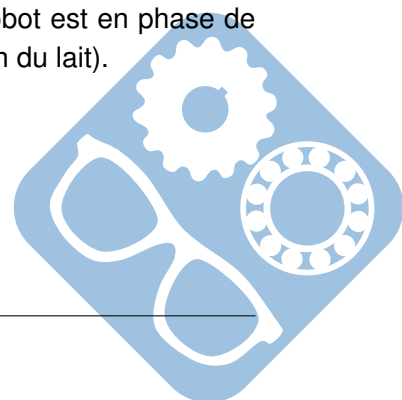
Le robot est composé :

- d'une zone (box où la vache est installée lors de la traite) composée d'une structure tubulaire mécano-soudée, équipée de 2 portes (entrée et sortie), d'un tapis de pesée et d'une auge réservée à l'alimentation solide (granulés),
- d'un système de bras articulé, permettant au système de traite de se positionner au mieux pour traire la vache,
- d'une interface homme/machine, écran de contrôle tactile, qui permet au personnel agricole d'obtenir des renseignements sur le processus en cours et de gérer d'éventuelles opérations de maintenance.

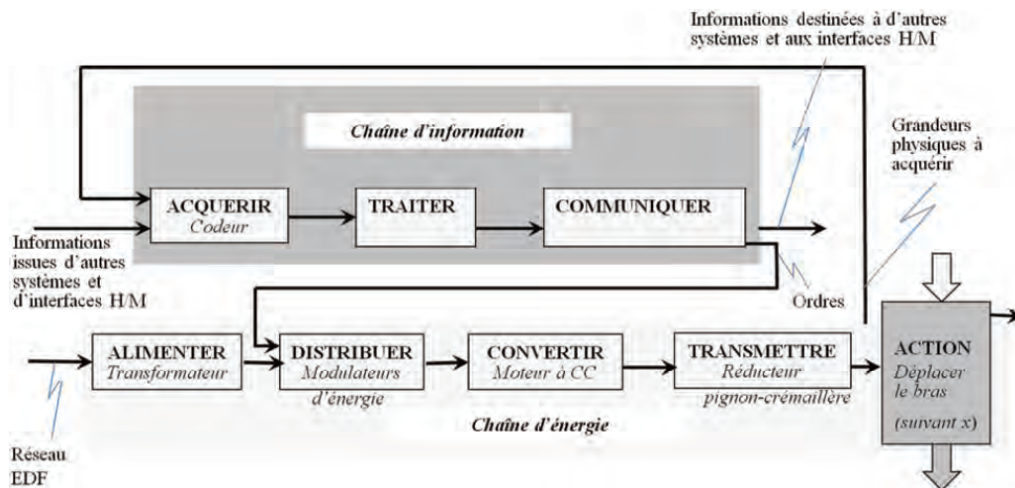




Le système de traite étant positionné suivant \vec{y}_0 et suivant \vec{z}_0 , nous allons nous intéresser plus particulièrement au mouvement du chariot 1, suivant la direction \vec{x}_0 , lorsque le robot est en phase de traite de la vache (gobelets trayeurs positionnés sur la vache et en mode extraction du lait).



Structure de l'axe motorisé du chariot :



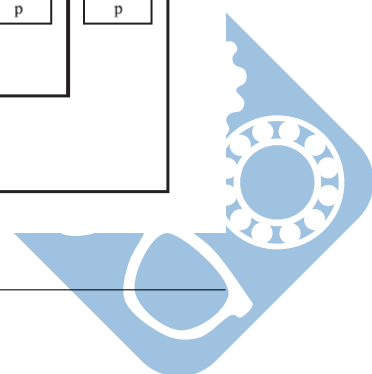
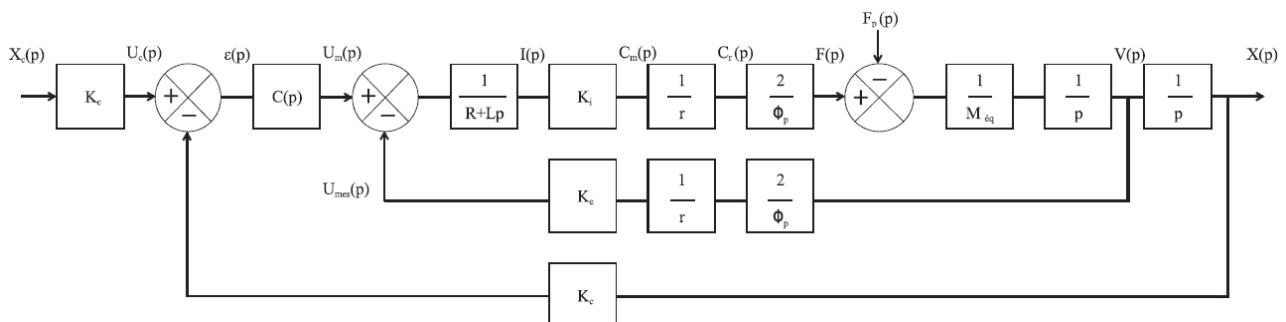
Chaîne d'énergie :

- modulateur d'énergie :
 - gain $K_a = 6$.
- moteur CC :
 - résistance de l'induit : $R = 0,56\Omega$,
 - inductance : $L = 0,0053H$,
 - constante de fem : $K_e = 0,8V.s.rad^{-1}$,
 - constante de couple $K_i = 0,8N.m.A^{-1}$.
- réducteur :
 - réduction $r = \Omega_m/\Omega_r = 19$.
- pignon-crémaillère :
 - diamètre du pignon : $\Phi_p = 50mm$.
- dynamique du chariot 1 dans son mouvement par rapport au bâti :
 - $F(t) - F_p(t) = M_{eq} \cdot \Gamma_{(chariot1/bati)}$,
 - $F(t)$ est l'effort transmis pour le déplacement du chariot (en N),
 - $F_p(t)$ est un effort qui représente la perturbation que peut subir le système (en N),
 - masse équivalente (en déplacement) : $M_{eq} = 50kg$,
 - $\Gamma_{(chariot1/bati)}$ est l'accélération du chariot par rapport au bâti (en $m.s^{-2}$).

Chaîne d'information :

- codeur absolu et CNA : $K_C = 0,055V/mm$.

La modélisation (schéma-bloc du déplacement du chariot en translation par rapport au bâti) est donnée sur le schéma suivant.



Hypothèses de travail :

- il n'y a pas de perturbation extérieure, donc $F_p(p) = 0$,
- la valeur du correcteur est $C(p) = 1$.

Vous allez tout d'abord modéliser le comportement du moteur à courant continu.

Question 1 : Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{V(p)}{U_m(p)}$ en fonction des paramètres de l'énoncé.

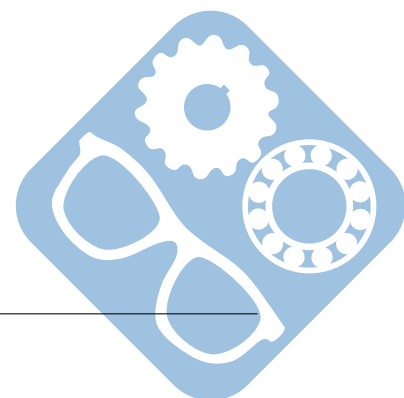
Question 2 : Écrire la fonction de transfert $H(p)$ sous la forme $H(p) = \frac{G}{1 + \frac{2z}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$ et :

- donner les expressions du facteur d'amortissement z , de la pulsation propre ω_0 et le gain G en fonction des paramètres de l'énoncé,
- faire les applications numériques,
- justifier qu'on peut alors écrire $H(p)$ sous la forme $H(p) = \frac{G}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)}$ et donner les valeurs numériques de τ_1 et τ_2 ,
- quelle(s) hypothèse(s) pouvez-vous faire afin d'assimiler $H(p)$ à un premier ordre ? Donner alors l'expression de $H(p)$ sous forme littérale et numérique.

Après avoir modélisé le comportement du moteur, nous allons étudier la stabilité du système d'asservissement de position du chariot et son respect vis-à-vis du cahier des charges.

Question 3 : Déterminer maintenant la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) du système d'asservissement de position du chariot $FTBO(p) = \frac{X_m(p)}{\epsilon(p)}$.

Question 4 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système $FTBF(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$, la mettre sous forme canonique et donner ses principales caractéristiques.



5 Transmission Vario-Fendt

Les différentes parties de cet énoncé sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre indifférent. Les valeurs numériques sont approchées pour la facilité de certains calculs.

5.1 Présentation de l'étude

Le thème proposé concerne la transmission à variation continue développée par la société Fendt et équipant ses gammes de tracteurs « Fendt 300 Vario » à « Fendt 900 Vario ».

On s'intéressera plus particulièrement au tracteur Fendt 930 de la gamme « Fendt 900 Vario » dont la vue ci-dessous situe les deux parties A et B objets de cette étude.



Figure 7 – Tracteur Fendt 930 Vario

5.2 Système de commande de la transmission Fendt

5.2.1 Présentation

Le réglage du rapport du réducteur Fendt dépend des paramètres x et y et donc des angles d'inclinaisons α et β des barillets du moteur et de la pompe. La commande permettant d'agir sur ces paramètres s'effectue intégralement à l'aide d'un joystick situé dans la cabine de pilotage (voir figure 5) :

- pousser le joystick en avant permet d'accélérer,
- tirer le joystick en arrière permet de ralentir au frein moteur,
- pousser le joystick vers la gauche permet d'inverser rapidement le sens de la marche. Lors de cette manoeuvre, le Vario 930 ralentit, s'arrête, change le sens de la marche et accélère automatiquement,



- pousser le joystick vers la droite permet d'activer le Tempomat. Ce dispositif permet de conserver une vitesse d'avancement constante.
- Quatre degrés de progressivité sont disponibles pour accélérer ou ralentir.

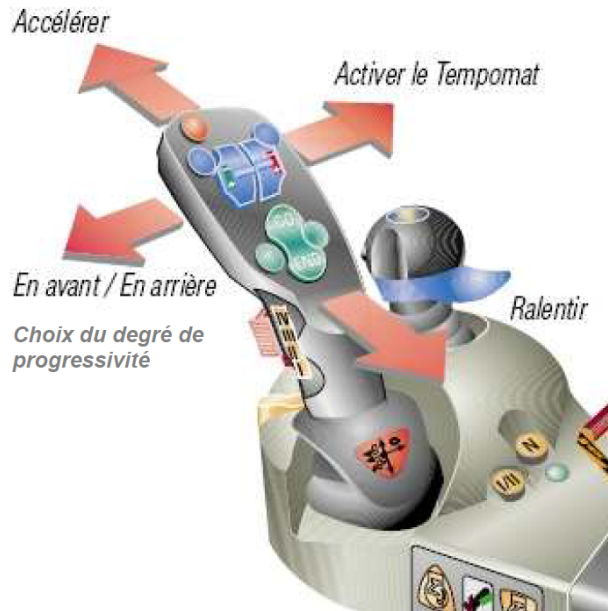


Figure 8 – Joystick

Ces commandes permettent d'agir sur l'inclinaison des éléments hydrostatiques par l'intermédiaire d'un moteur à courant continu asservi en position entraînant un arbre de commande à came (figure 6). Les cames sont dessinées afin que la pompe soit commandée la première et les moteurs ensuite.

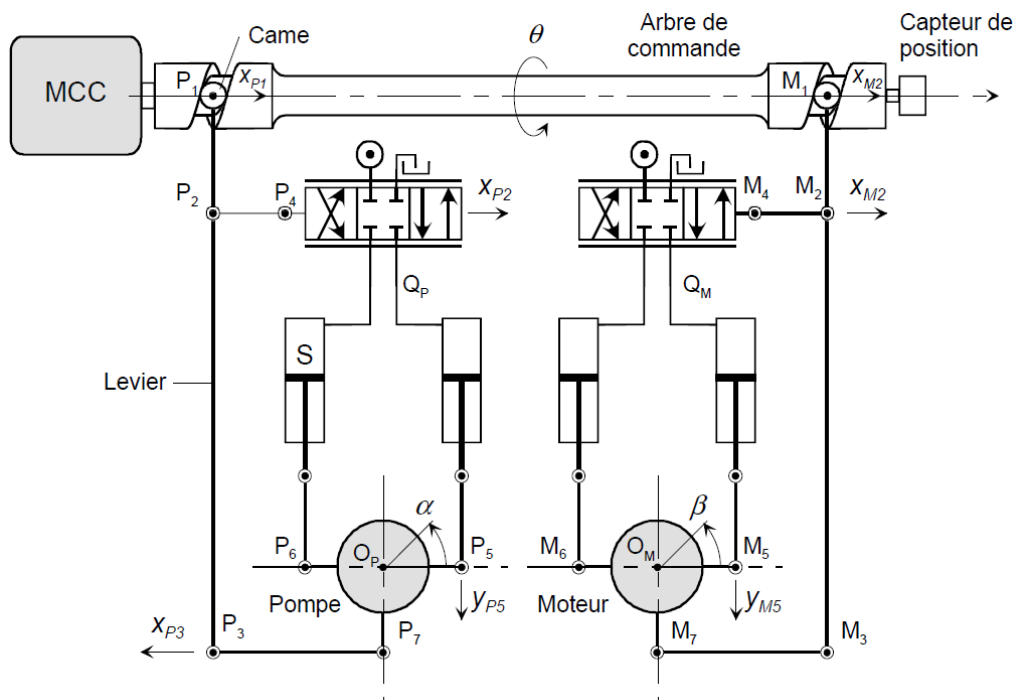
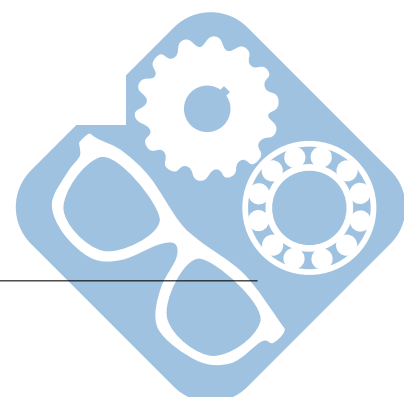


Figure 9 – Commande de la transmission Vario



Le fonctionnement étant identique pour la pompe et le moteur, on se limitera à la description du fonctionnement de la pompe. Ce fonctionnement peut être décomposé en deux étapes :

- Etape 1 : suite à une rotation d'un angle θ de l'arbre de commande, la roulette P_1 montée à l'extrémité du levier P_1P_3 se déplace de x_{P1} . Le levier P_1P_3 pivote autour de P_3 . La bielle P_2P_4 déplace le tiroir du distributeur proportionnel de x_{P21} ce qui entraîne la rentrée ou la sortie des tiges des vérins. La pompe tourne d'un angle α ,
- Etape 2 : la rotation α de la pompe entraîne le déplacement noté x_{P3} de la bielle P_7P_3 , et, par conséquent, le pivotement du levier P_1P_3 autour de P_1 . La bielle P_2P_4 déplace le tiroir du distributeur proportionnel en sens inverse de x_{P22} ce qui provoque son repositionnement au neutre et l'arrêt de la rotation de la pompe.
- On note : $x_{P2} = x_{P21} - x_{P22}$.

On donne figure 7 le schéma fonctionnel de la commande de la transmission Fendt.

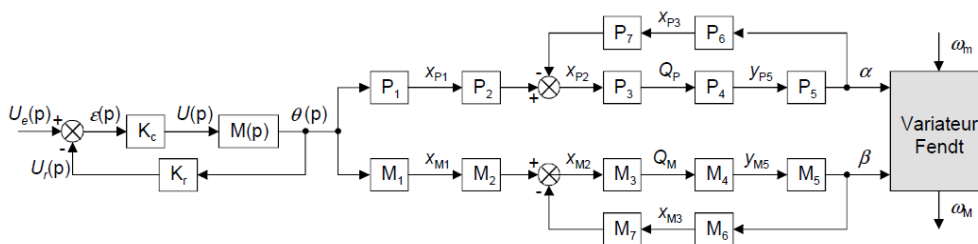


Figure 10 – Schéma fonctionnel

On utilisera les notations et les données suivantes :

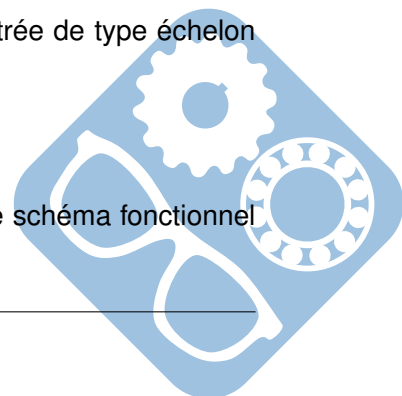
- K_c : gain du correcteur à action proportionnelle,
- $K_r = 2V \cdot \text{rad}^{-1}$: gain du capteur de position monte sur l'arbre de commande,
- $M(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$ fonction de transfert du moteur à courant continu,
- $p_p = p_M = 8 \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$: pas des cames commandant la pompe et le moteur,
- longueur $P_1P_2 = a$,
- longueur $P_2P_3 = b$,
- pour des raisons d'encombrement, on impose $P_1P_3 = a + b = 200 \text{mm}$,
- longueur $O_P P_5 = c = 80 \text{mm}$,
- longueur $O_P P_7 = d = 75 \text{mm}$,
- débit volumique des distributeurs : $Q_P = K_d \cdot x_{P2}$, $Q_M = K_d \cdot x_{M2}$, avec $K_d = 8000 (\text{mm}^3 \cdot \text{s}^{-1}) \cdot \text{mm}^{-1}$,
- S : section des vérins (mm^2),
- $P_i(p)$: transmittances de la chaîne fonctionnelle de la commande de la pompe,
- $M_i(p)$: transmittances de la chaîne fonctionnelle de la commande du moteur.

5.2.2 Performances exigées

- stabilité : marge de phase $M_\phi \geq 45^\circ$. Pas de dépassement en réponse à un échelon,
- précision : pas d'écart de position,
- rapidité : temps de réponse à 5% global du système à une consigne d'entrée de type échelon inférieur à 1s.

5.2.3 Asservissement en position de l'arbre de commande

On s'intéresse à l'asservissement en position de l'arbre de commande dont le schéma fonctionnel est donné Figure 8.



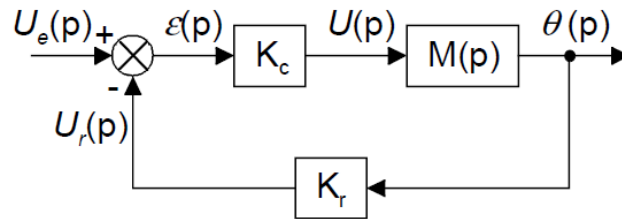


Figure 11 – Asservissement en position

Le moteur électrique est un moteur à courant continu dont les équations caractéristiques sont les suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + k_e \cdot \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$$J_e \cdot \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = k_a \cdot i(t)$$

Avec :

- $u(t)$: tension appliquée aux bornes du moteur,
- $i(t)$: courant d'induit,
- R : résistance de l'induit, $R = 2\Omega$,
- J_e : inertie de l'arbre de commande, $J_e = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{kg.m}^2$,
- k_e : constante de force contre électromotrice, $k_e = 0,05 \text{V} \cdot (\text{rad.s}^{-1})^{-1}$,
- k_a : constante de couple, $k_a = 0,05 \text{Nm.A}^{-1}$.

Question 1 : On considère nulles les conditions initiales.

- Déterminer la fonction de transfert $M(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$ du moteur électrique et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme canonique : $M(p) = \frac{K_m}{p(1+\tau_m \cdot p)}$,
- Donner les expressions littérales de K_m et τ_m . Calculer K_m et τ_m .

Question 2 : Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)$ et en déduire l'expression du gain de boucle K_{BO} .

Question 3 : Fonction de transfert en boucle fermée

- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $F(p)$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre : $F(p) = \frac{K_{BF}}{1 + 2 \cdot \frac{\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$.
- Donner l'expression littérale de K_{BF} et celles de ξ et ω_0 en fonction de K_{BO} et τ_m .

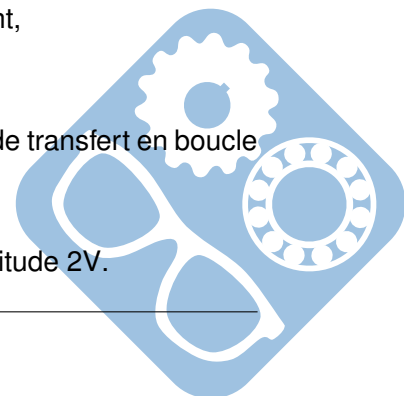
Question 4 : Analyse des performances

- Déterminer la valeur du gain de boucle K_{BO} de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement,
- En déduire la valeur du gain K_c de l'action proportionnelle du correcteur.

Question 5 : Montrer qu'avec la valeur de K_c choisie précédemment, la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme : $F(p) = \frac{K_{BF}}{(1+T \cdot p)^2}$,

Calculer K_{BF} et T .

La courbe de la figure 9 représente la réponse du moteur à un échelon d'amplitude 2V.



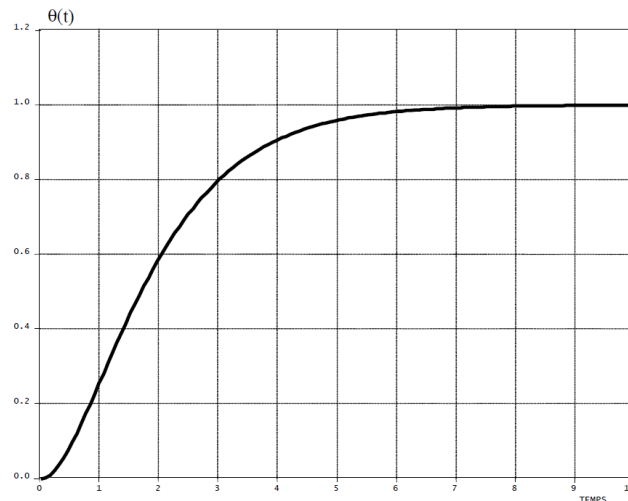


Figure 12 – Réponse à un échelon

Question 6 : En déduire le temps de réponse à 5%. Conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

On souhaite diviser par dix le temps de réponse du système afin de satisfaire les exigences du cahier des charges. On introduit une boucle de retour supplémentaire dite boucle de vitesse ou retour tachymétrique comme l'illustre la figure 10.

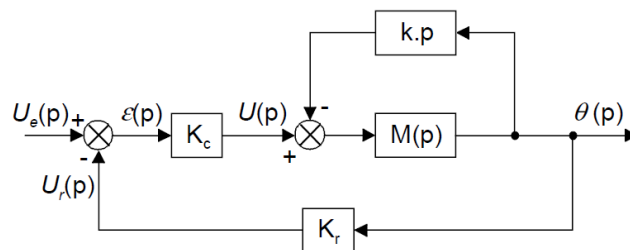


Figure 13 – Boucle de retour tachymétrique k.p

Question 7 : Étude de la correction

- Déterminer la nouvelle fonction de transfert $M'(p)$ du moteur et montrer qu'elle peut s'écrire :

$$M'(p) = \frac{K'_m}{p(1+\tau'_m p)}$$

- Donner les expressions littérales de K'_m et τ'_m en fonction notamment de K_m et τ_m ,
- Déterminer la valeur k du gain du retour tachymétrique de telle sorte que $\tau'_m = \frac{\tau_m}{10}$,
- Déterminer les nouvelles valeurs de K'_m , K_{BO} , K_c , K_{BF} et T .

5.2.4 Analyse du régime statique ou régime permanent

On admet que la fonction de transfert globale $H(p)$ du système de commande est de la forme :

$$H(p) = \frac{\alpha(p)}{U_e(p)} = \frac{K}{(1+T.p)^2.(1+T_p.p)} \text{ avec :}$$

- $K = K_{BF}.K_p$
- $K_p = p_p \cdot \frac{b}{a.d}$,
- $T_p = \frac{(a+b).S.c}{a.d.K_d}$.



On souhaite qu'en régime permanent, l'amplitude du signal de sortie $\alpha(t)$ évolue en fonction de l'amplitude du signal de consigne $u_e(t)$ de la façon suivante :

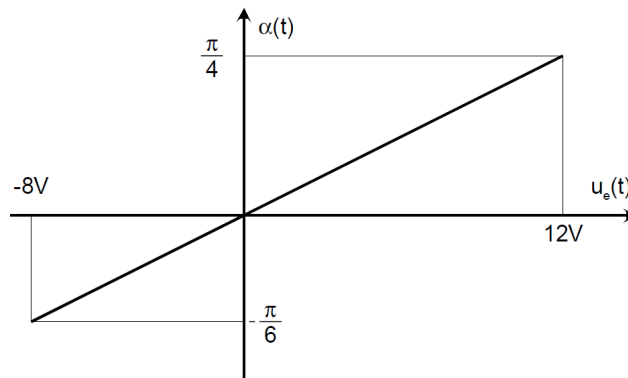


Figure 14 – Évolution $u_e(t) = f(\alpha(t))$

Question 8 : En déduire :

- la valeur du gain K ,
- les longueurs a et b du bras de levier P_1P_3 .

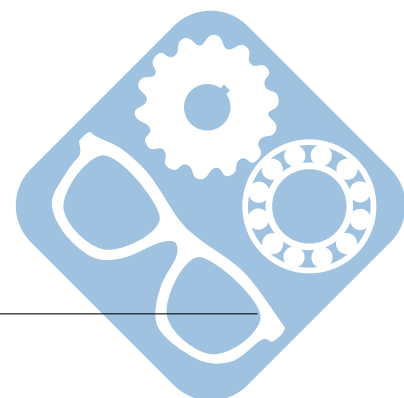
Nota : On retient les valeurs suivantes de a et de b :

- $a = 90\text{mm}$,
- $b = 110\text{mm}$.

5.2.5 Analyse du régime dynamique ou régime transitoire

On s'impose $T_p < 0,2\text{s}$ afin de respecter le temps de réponse global imposé par le cahier des charges.

Question 9 : En déduire la valeur de la section S et donc le diamètre D des vérins.



6 Correction

6.1 Moto-réducteur

Question 1 :
$$H_1(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{R} \cdot K_M \cdot \frac{1}{f_T}}{1 + \frac{J_T}{f_T} \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{R} \cdot K_M \cdot \frac{1}{f_T} \cdot K_E}$$

$$H_1(p) = \frac{\frac{K_M}{R \cdot f_T + K_E \cdot K_M}}{1 + \frac{R \cdot J_T}{R \cdot f_T + K_E \cdot K_M} \cdot p}$$

$$K_1 = \frac{K_M}{R \cdot f_T + K_E \cdot K_M} = \frac{0,7}{4,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} + 0,6 \cdot 0,7} \approx \frac{1}{0,6} \approx 1,66 \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\tau_1 = \frac{R \cdot J_T}{R \cdot f_T + K_E \cdot K_M} = \frac{4,5 \cdot 2,8}{4,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} + 0,6 \cdot 0,7} \approx \frac{4,5 \cdot 2,8}{4,2 \cdot 10^{-1}} \approx 30 \text{s}$$

Question 2 : En supposant toujours que $C_p(t)$ est nul, déterminer littéralement la fonction de transfert

en boucle ouverte : $G_2(p) = \frac{M_v(p)}{\epsilon_v(p)}$

$$G_2(p) = \frac{M_v(p)}{\epsilon_v(p)} = \frac{M_v(p)}{\Omega_M(p)} \cdot \frac{\Omega_M(p)}{U(p)} \cdot \frac{U(p)}{\epsilon_v(p)}$$

$$G_2(p) = \frac{K \cdot K_v \cdot K_1}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$

Question 3 : $\epsilon_v = C_v - M_v = C_v(p) - G_2(p) \cdot \epsilon_v(p)$

$$\epsilon_v(p) = \frac{C_v(p)}{1 + G_2(p)}$$

$$\epsilon_{vs} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \epsilon_v(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{C_v(p)}{1 + G_2(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G_2(p)} = \frac{1}{1 + K \cdot K_v \cdot K_1} = \frac{1}{1 + 200 \cdot 0,01 \cdot 1,66} = \frac{1}{4,3} = \epsilon_{vs} \approx 0,23$$

$$\epsilon_v(p) = \Omega_c \cdot K_a - \Omega_m \cdot K_v = \Omega_c \cdot K_a - \Omega_m \cdot \frac{\Omega_R}{p} \cdot K_v = 0, \text{ si } \Omega_c = \Omega_R, \text{ donc } K_a = \frac{K_v}{p}.$$

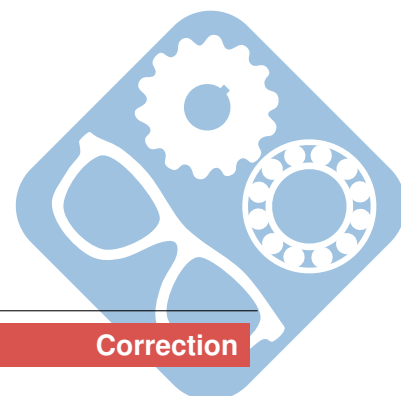
Question 4 : En supposant toujours que $C_p(t)$ est nul, en déduire littéralement la fonction de transfert

en boucle fermée : $H_2(p) = \frac{\Omega_M(p)}{\Omega_c(p)}$

$$H_2(p) = \frac{K \cdot K_a \cdot K_1}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$

$$H_2(p) = \frac{1 + \frac{K \cdot K_a \cdot K_1}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)}}{1 + \frac{K \cdot K_a \cdot K_1}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau \cdot p)} + K \cdot K_v \cdot K_1}$$

$$H_2(p) = \frac{\frac{K \cdot K_a \cdot K_1}{1 + K \cdot K_v \cdot K_1}}{1 + \frac{\tau_1 + \tau}{1 + K \cdot K_v \cdot K_1} \cdot p + \frac{\tau_1 \cdot \tau}{1 + K \cdot K_v \cdot K_1} \cdot p^2}$$

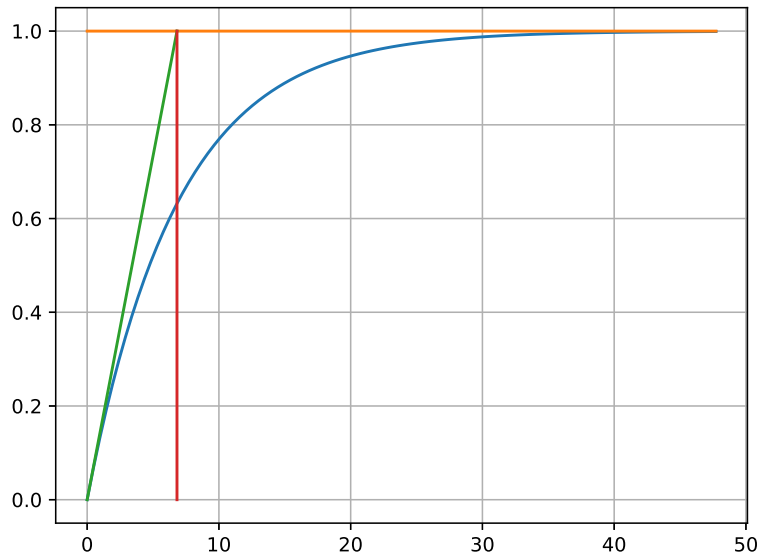


Question 5 : $\tau_1 = 30s \gg \tau = 15ms$, donc on peut assimiler ce système à un premier ordre.

$$H'_2(p) = \frac{K.K_a.K_1}{(1+\tau_1 \cdot p) + K.K_v.K_1} = \frac{\frac{K.K_a.K_1}{1+K.K_v.K_1}}{1 + \frac{\tau_1}{1+K.K_v.K_1} \cdot p}$$

$$K_2 = \frac{K.K_a.K_1}{1+K.K_v.K_1} = \frac{200 \cdot \frac{10^{-2}}{0.7} \cdot 1,66}{1+200 \cdot 10^{-2} \cdot 1,66} = \frac{4,5}{4,5} \approx 1$$

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{1+K.K_v.K_1} = \frac{30}{1+3.3} \approx 7s.$$



6.2 Diravi

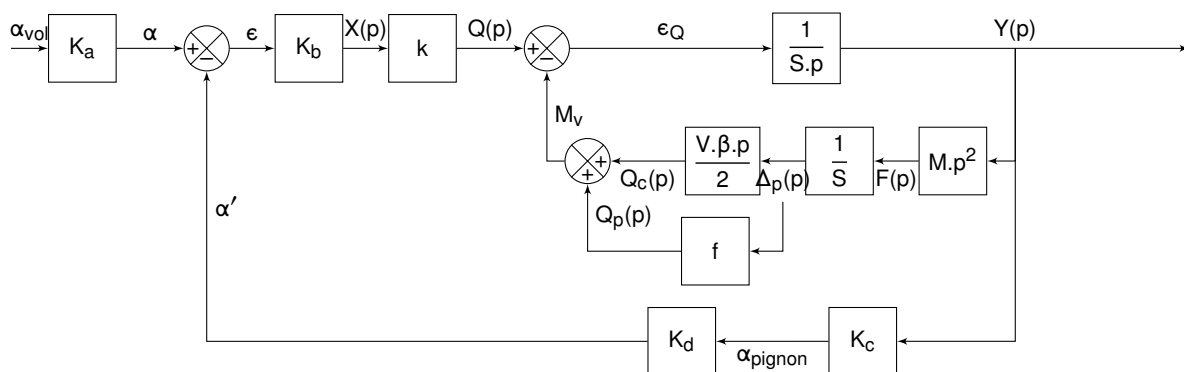
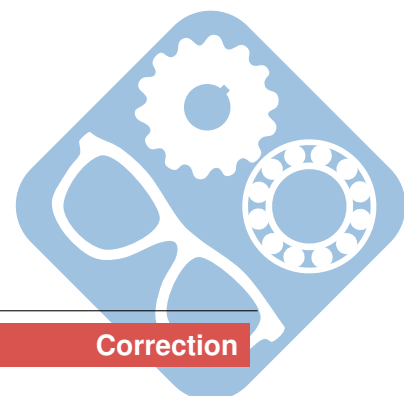


Figure 15 – Schéma bloc

Question 1 :

Question 2 : $FTBO(p) = \frac{\alpha'(p)}{\epsilon(p)} = K_b \cdot k \cdot K_c \cdot K_d \cdot H(p)$



$$H(p) = \frac{\frac{1}{S \cdot p}}{1 + \frac{1}{S \cdot p} \cdot M \cdot p^2 \cdot \frac{1}{S} \cdot \left(f + \frac{V \cdot \beta \cdot p}{2} \right)}$$

$$FTBO(p) = \frac{S}{p \cdot \left(1 + \frac{M \cdot f}{S^2} \cdot p + \frac{V \cdot \beta \cdot M}{2 \cdot S^2} \cdot p^2 \right)}$$

$$FTBF(p) = \frac{K_a \cdot K_b \cdot k \cdot H(p)}{1 + FTBO(p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K_a}{K_c \cdot K_d}}{1 + \frac{S}{K_b \cdot k \cdot K_c \cdot K_d} \cdot p + \frac{M \cdot f}{S \cdot K_b \cdot k \cdot K_c \cdot K_d} \cdot p^2 + \frac{M \cdot V \cdot \beta}{2 \cdot S \cdot K_b \cdot k \cdot K_c \cdot K_d} \cdot p^3}$$

Question 3 : La FTBF est de classe 0 et d'ordre 3.

Question 4 :

- $K_a = \frac{34}{57}$,
- $K_b = 0,04 \text{ mm} \cdot \text{°}^{-1} = 0,04 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{180}{\pi} \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$,
- $K_c = \frac{1}{500} \text{ tr} \cdot \text{mm}^{-1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^3}{500} \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$,
- $K_d = K_a$,
- $k = 0,24 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{mm}^{-1} = 0,24 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$,
- $S = 3000 \text{ mm}^2 = 3000 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$,
- $M = 500 \text{ kg}$,
- $f = 6 \cdot \text{dm}^3 \cdot \text{min}^{-1} \cdot \text{MPa}^{-1} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{60} \cdot 10^{-6} \text{ m}^5 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1}$,
- $\frac{V \cdot \beta}{2} = 2 * 10^{-5} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \text{ m}^5 \cdot \text{N}^{-1}$

Question 5 : On constate que $\frac{V \cdot \beta}{2}$ est négligeable devant f , donc on peut négliger le terme de degré 3.

$$K = \frac{K_a}{K_c \cdot K_d}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{S \cdot K_b \cdot k \cdot K_c \cdot K_d}{M \cdot f}}$$

$$\xi = \frac{S \cdot \sqrt{S}}{2 \cdot \sqrt{K_b \cdot k \cdot K_c \cdot K_d \cdot M \cdot f}}$$

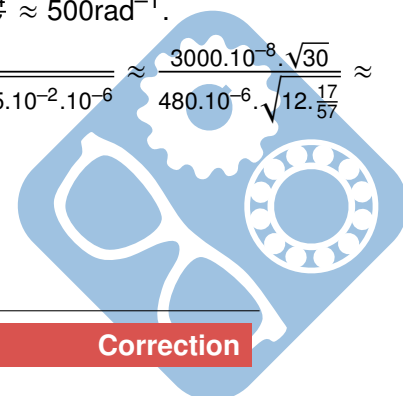
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3000 \cdot 10^{-6} \cdot 0,04 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 0,24 \cdot 10^3 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^3}{500} \cdot \frac{34}{57}}{500 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{60} \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{18}{\pi} \cdot 24 \cdot 10^1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \frac{34}{57}}{5 \cdot 6 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{1}{6} \cdot 10^{-7}}} = 12 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 34}{57 \cdot 5}} \approx$$

$$12 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 36}{285}} \approx 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sqrt{\frac{1}{25 \cdot 12}} \approx \frac{6 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 10}{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} \approx \frac{6 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 10}{5 \cdot 1,7} \approx \frac{6 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 10}{5 \cdot 1,7} \approx \frac{864}{1,7} \approx 500 \text{ rad}^{-1}$$

$$\xi = \frac{3000 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{3000 \cdot 10^{-6}}}{2 \cdot \sqrt{0,04 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 0,24 \cdot 10^3 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^3}{500} \cdot \frac{34}{57} \cdot 500 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{60} \cdot 10^{-6}}} = \frac{3000 \cdot 10^{-8} \cdot \sqrt{30}}{2 \cdot \sqrt{4 \cdot 10^{-4} \cdot 18 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 4 \cdot \frac{34}{57} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}}} \approx \frac{3000 \cdot 10^{-8} \cdot \sqrt{30}}{480 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{12 \cdot \frac{17}{57}}} \approx$$

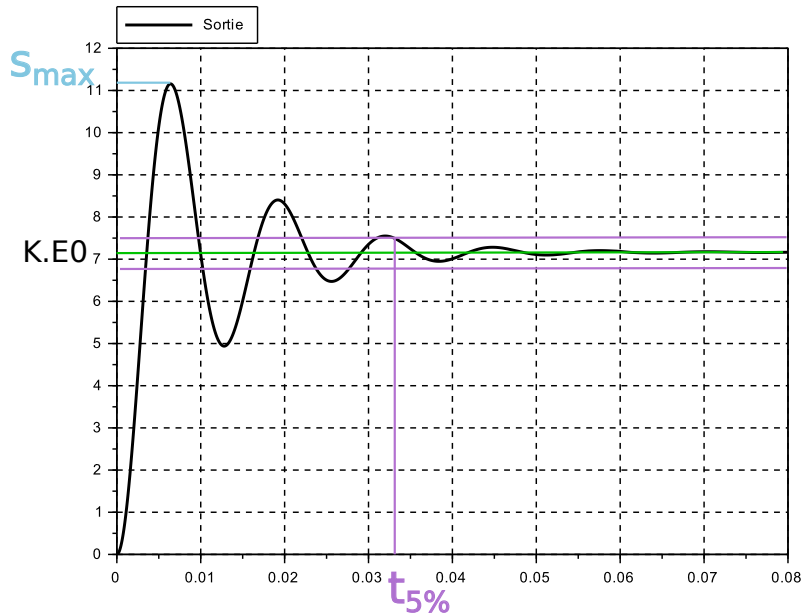
$$\frac{3 \cdot \sqrt{10}}{48} \approx \frac{9}{48} \approx 0,2$$

$$K = \frac{\frac{34}{57}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 10^3}{500} \cdot \frac{34}{57}} = \frac{1}{4 \cdot \pi} \approx 0,08$$



Valeurs sans approximations intermédiaires : $\omega_0 = 497,37 \text{ rad.s}^{-1}$, $\xi = 0,18$.

Question 6 :



$$t_{R,5\%} = \frac{\ln(20)}{\xi \cdot \omega_0} = 0.033\text{s}$$

$$D\% = 100 \cdot e^{-\xi \cdot \frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 56\%.$$

6.3 Centre usinage grande vitesse

Question 1 : On mesure le temps de réponse à 5% à 0,45ms. Ainsi, la fonction de transfert du premier ordre est la suivante :

$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{\frac{2,91}{3}}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot p} = \frac{0,97}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot p}$$

Question 2 : Sur le graphique, le retard se mesure à $r = 0,25\text{ms}$.

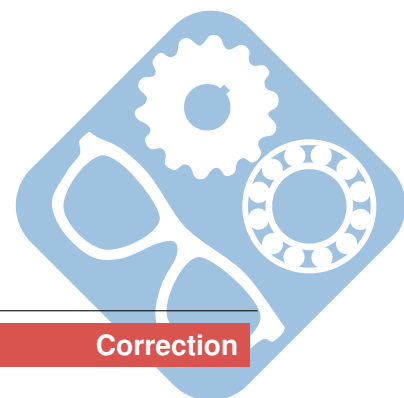
$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{0,97}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot e^{-r \cdot p} = \frac{0,97}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot e^{-0,25 \cdot 10^{-3} \cdot p}$$

Question 3 : En remplaçant $e^{-r \cdot p}$ par son développement limité à l'ordre 1 : $\frac{1}{1 + r \cdot p}$

$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{0,97}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + r \cdot p} = \frac{0,97}{(1 + 0,00025 \cdot p)(1 + 0,00015 \cdot p)}$$

6.4 Système de traite automatique des vaches

Questions 1 et 2 :
$$H(p) = \frac{\frac{\Phi_{p,r}}{2 \cdot K_e}}{1 + \frac{R \cdot r^2 \cdot \Phi_p^2 \cdot M_{eq}}{4 \cdot K_i \cdot K_e} \cdot p + \frac{L \cdot r^2 \cdot \Phi_p^2 \cdot M_{eq}}{4 \cdot K_i \cdot K_e} \cdot p^2}$$



$$G = \frac{\Phi_p \cdot r}{2 \cdot K_e} = 0,59$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_i \cdot K_e}{L \cdot r^2 \cdot \Phi_p^2 \cdot M_{eq}}} = \frac{2}{r \cdot \Phi_p} \cdot \sqrt{\frac{K_i \cdot K_e}{L \cdot M_{eq}}} = 3,27 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\xi = \frac{R \cdot r \cdot \Phi_p}{4} \cdot \sqrt{\frac{M_{eq}}{L \cdot K_i \cdot K_e}} = 16,14$$

ξ est plus grand que 1, il existe donc deux racines réelles τ_1 et τ_2 .

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_0 \cdot (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})} = 10 \text{ s}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_0 \cdot (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})} = 0,01 \text{ s}$$

On peut négliger l'effet de τ_2 sur la réponse du système, ainsi on peut écrire :

$$H(p) = \frac{G}{1 + \tau_1 \cdot p}$$

Question 3 : $FTBO(p) = \frac{X_m(p)}{\epsilon(p)} = \frac{C(p) \cdot G \cdot K_c}{p(1 + \tau_1 \cdot p)} = \frac{G \cdot K_c}{p(1 + \tau_1 \cdot p)}$

Question 4 : $FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_c \cdot G} \cdot p + \frac{\tau_1}{K_c \cdot G} \cdot p^2}$, avec :

— $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c \cdot G}{\tau_1}} = 1,9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$,

— $\xi = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{K_c \cdot G \cdot \tau_1}} = 0,025$

6.5 Transmission Vario-Fendt

Questions 1 : $U(p) = R \cdot I(p) + k_e \cdot p \cdot \theta(p)$, $J_e \cdot p^2 \cdot \theta(p) = k_a \cdot I(p)$

$$M(p) = \frac{\frac{1}{k_e}}{p \cdot (1 + \frac{R \cdot J_e}{k_e \cdot k_a} \cdot p)}$$

— $K_m = \frac{1}{k_e} = 20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

— $\tau_m = \frac{R \cdot J_e}{k_e \cdot k_a} = 0,5 \text{ s}$

Questions 2 : $T(p) = \frac{U_r(p)}{\epsilon(p)} = K_c \cdot K_r \cdot M(p) = \frac{K_c \cdot K_r \cdot K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$
 $K_{BO} = K_c \cdot K_r \cdot K_m$

Questions 3 : $F(p) = \frac{\frac{K_c \cdot K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}}{1 + \frac{K_c \cdot K_r \cdot K_m}{p \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}} = \frac{\frac{1}{K_r}}{1 + \frac{1}{K_c \cdot K_r \cdot K_m} \cdot p + \frac{\tau_m}{K_c \cdot K_r \cdot K_m} \cdot p^2}$

— $K_{BF} = \frac{1}{K_r}$,

— $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c \cdot K_r \cdot K_m}{\tau_m}}$,

— $\xi = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{K_c \cdot K_r \cdot K_m \cdot \tau_m}}$.

Questions 4 : Le temps de réponse le plus rapide sans dépassement implique $\xi = 1$.

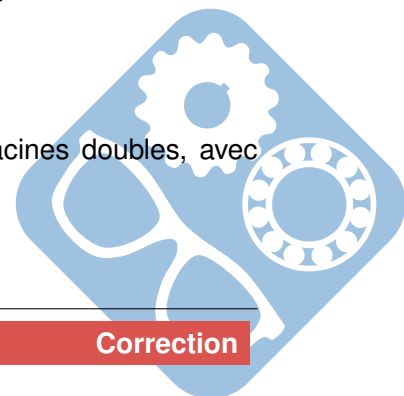
Ainsi, $K_{BO} = \frac{1}{4 \cdot \tau_m} = 0,5 \text{ s}^{-1}$.

Donc, $K_c = 0,0125 \text{ V}$.

Questions 5 : Si $\xi = 1$, alors le polynôme du dénominateur compte deux racines doubles, avec

$$T = \frac{1}{\omega_0}$$

Ainsi, $T = 1 \text{ s}$.



Questions 6 : Ici, $t_{R,5\%} = 4,75s > 1s$, le système ne respecte pas le cahier des charges.

Questions 7 : $\theta(p) = M(p) \cdot [U(p) - \theta(p) \cdot k_p]$

$$\frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{M(p)}{1 + M(p) \cdot k_p} = \frac{\frac{K_m}{1 + K_m \cdot k}}{p \cdot (1 + \frac{\tau_m}{1 + K_m \cdot k} \cdot p)}$$

$$K'_m = \frac{K_m}{1 + k \cdot K_m}$$

$$\tau'_m = \frac{\tau_m}{1 + k \cdot K_m}$$

Le temps de réponse doit être deux fois plus court, donc $\tau'_m = \frac{\tau_m}{10}$, donc $1 + k \cdot K_m = 10$, donc $k = \frac{9}{K_m} = 0,45V \cdot rad^{-1} \cdot s$.

$$K'_m = 2rad \cdot s^{-1} \cdot V^{-1}$$

$$K_{BO} = 5, K_C = 1.25, K_{BF} = 0,5rad \cdot V^{-1}, T = 0,1s$$

Questions 8 : $K = \frac{\pi}{12} = 6,545 \cdot 10^{-2} rad \cdot V^{-1}$

$$K = K_{BF} \cdot K_p \text{ et } K_p = p_p \cdot \frac{b}{a \cdot d}, \text{ donc } a = \frac{K_{BF} \cdot p_p \cdot 200}{d \cdot K + K_{BF} \cdot p_p}$$

Donc, $a = 90mm$ et $b = 110mm$.

Questions 9 : Si $T_p < 0,2s$, alors $\frac{(a+b) \cdot S \cdot c}{a \cdot d \cdot K_d} < 0,2$, donc $S < \frac{0,2 \cdot a \cdot d \cdot K_d}{200 \cdot c}$, ainsi $S = 675mm^2$, donc $D = 29,32mm$.

